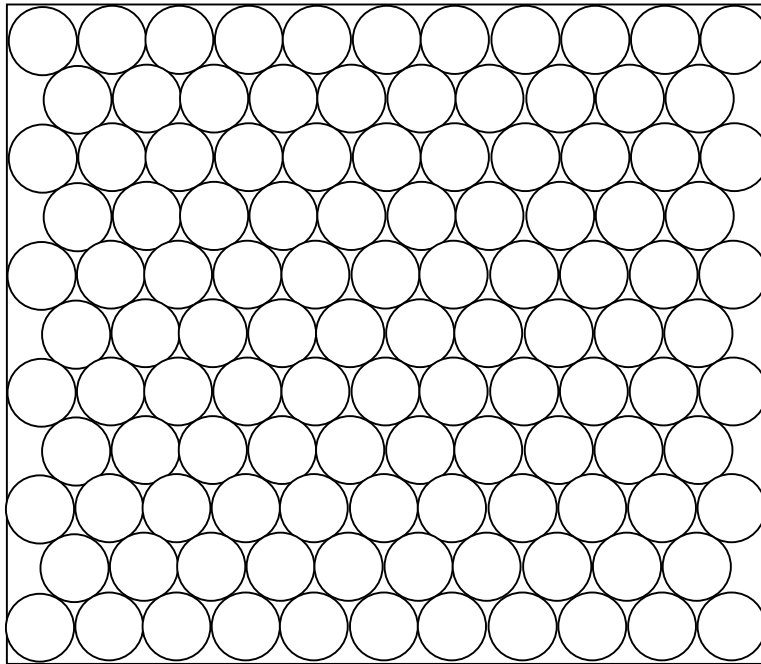


#### Aufgabe 4 "Packproblem" :

Bei a) bekomme ich die meisten Kugeln unter, wenn ich sie am Boden versetzt so dicht wie möglich packe, in Aufsicht etwa so:



Wählt man den Abstand zweier Mittelpunkte als 9,12 mm, so ist der Platzbedarf

- in der Länge:  $9 \text{ mm} + 10 \cdot 9,12 \text{ mm} = 100,2 \text{ mm} < 101 \text{ mm}$
- in der Breite  $9 \text{ mm} + 10 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot 9,12 \text{ mm} \approx 87,98 \text{ mm} < 88 \text{ mm}$ .

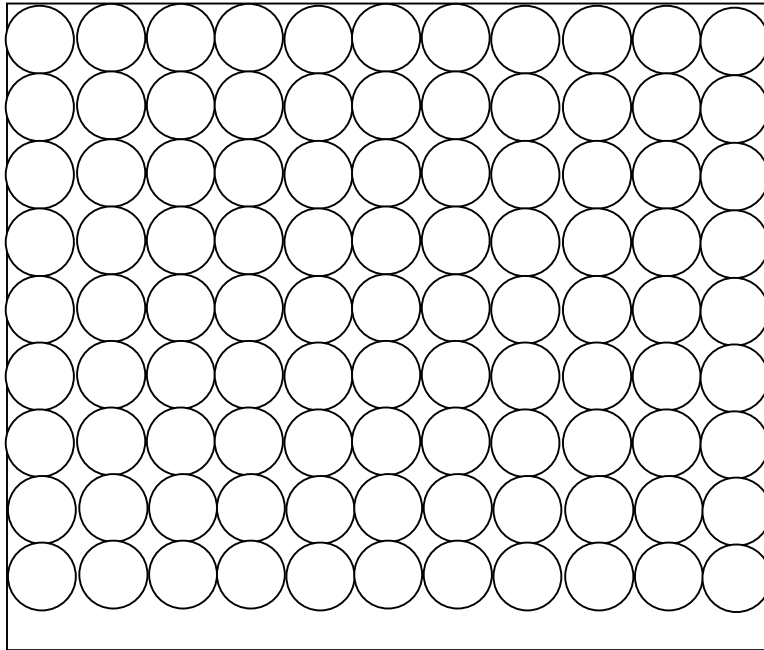
Legt man darüber nun jede Kugel in die Mitte des von drei Kugeln gebildeten gleichseitigen Dreiecks, so ist deren Mittelpunkt horizontal um  $\frac{1}{3} \sqrt{3} \cdot 9,12 \text{ mm}$  von den Mittelpunkten der 3 darunterliegenden Kugeln entfernt, muss also um mindestens  $\sqrt{9^2 - \frac{1}{3} 9,12^2} \approx 7,299 \text{ mm}$  höher liegen, eine Höhendifferenz von 7,3 mm ist folglich ausreichend.

Es passen daher 14 Schichten in den Karton, denn  $9 \text{ mm} + 13 \cdot 7,3 \text{ mm} = 103,9 \text{ mm} < 104 \text{ mm}$ .

Die 1./3./5./... Schicht enthält  $6 \cdot 11 + 5 \cdot 10 = 116$  Kugeln, die 2./4./6./... Schicht enthält  $5 \cdot 11 + 5 \cdot 10 = 105$  Kugeln.

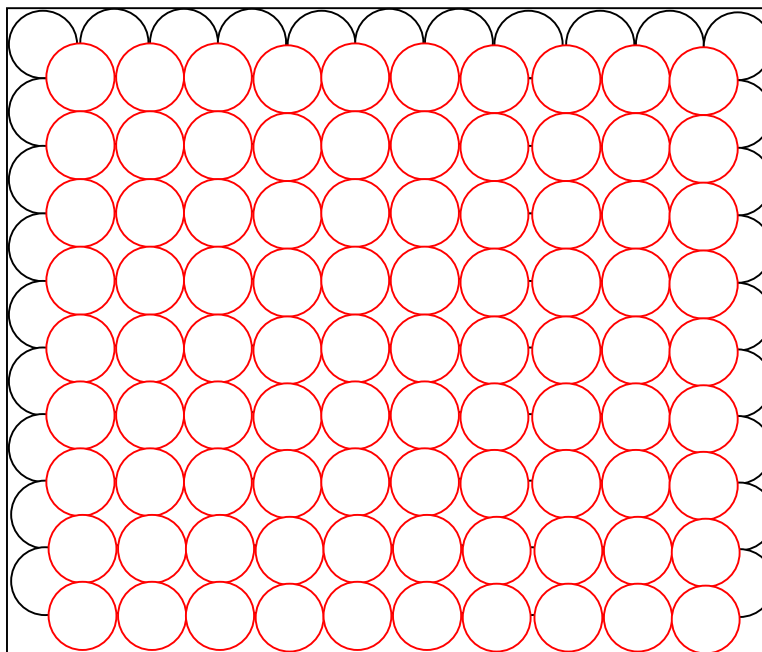
Zusammen sind das  $7 \cdot (116 + 105) = 1547$  Kugeln.

Bei b) ist es geschickter, die Kugeln am Boden rechteckig anzuordnen, also so:



Die Mittelpunkte der 11 in einer Reihe liegenden Kugeln sind 9,2 mm voneinander entfernt, die der 9 in einer Spalte liegenden Kugeln 9,3 mm. Legt man darüber nun jede Kugel in die Mitte des von vier Kugeln gebildeten Rechtecks, so ist deren Mittelpunkt horizontal um  $\sqrt{4,6^2 + 4,65^2} = \sqrt{42,7825}$  mm von den Mittelpunkten der 4 darunterliegenden Kugeln entfernt, muss also um mindestens  $\sqrt{9^2 - 42,7825}$  mm < 6,183 mm höher liegen, eine Höhendifferenz von 6,183 mm ist folglich ausreichend.

Es passen daher 17 Schichten in den Karton, denn  $9 \text{ mm} + 16 \cdot 6,183 \text{ mm} < 108 \text{ mm}$ .



Die 1./3./5./... Schicht enthält  $9 \cdot 11 = 99$  Kugeln, die 2./4./6./... Schicht enthält  $9 \cdot 10 = 90$  Kugeln. Zusammen sind das  $9 \cdot 99 + 8 \cdot 90 = 1611$  Kugeln.